
TD 6 – Grand-mère en folie !

Exercice 1.*Échauffement avec Dick et Luckasiewicz*

Quels sont les langages engendrés par les grammaires suivantes ?

1. $S \longrightarrow aSb \mid \varepsilon$
2. $S \longrightarrow aS \mid aSbS \mid \varepsilon$
3. $S \longrightarrow ST + \epsilon$
 $T \longrightarrow a_1S\bar{a}_1 + \dots + a_nS\bar{a}_n$
4. $S \longrightarrow aSS + \bar{a}$

Exercice 2.*dangling else* $Stmt \rightarrow \text{if } expr \text{ then } Stmt \mid \text{if } expr \text{ then } Stmt \text{ else } Stmt \mid stmt$

1. Montrer que cette grammaire est ambiguë.
2. Proposer une grammaire non ambiguë pour le même langage.

Exercice 3.*Quiproquos á coup sur*

1. Montrer que la grammaire suivante est ambiguë.

$$E \longrightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid a \mid b$$

2. Trouver une grammaire non-ambiguë qui reconnaît le même langage que la grammaire précédente.
3. Trouver une grammaire hors-contexte qui reconnaît le langage

$$A = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ et } (i = j \text{ ou } j = k)\}$$

4. Montrer que toute grammaire pour le langage précédent est ambiguë.

Exercice 4.*Arrière ! Grammaires*

Donner des grammaires algébriques engendrant les langages suivants.

1. L'ensemble des palindromes sur $\{a, b\}$ et son complémentaire.
2. L'ensemble des mots sur $\{a, b\}$ de longueur impaire.
3. L'ensemble des mots sur $\{a, b\}$ ayant le même nombre d'occurrences de a que de b .
4. L'ensemble des mots sur $\{a, b\}$ ayant deux fois plus de a que de b .
5. $\{w\#\bar{w}\#, w \in (a+b)^*\}$.
6. $\{w\#w' \mid w, w' \in (a+b)^* \text{ et } w \neq w'\}$.
7. L'ensemble des mots de $(a+b)^*$ qui ne sont pas de la forme ww .

Exercice 5.*Intersection avec un rationnel*

Montrer que l'intersection d'un langage algébrique et d'un langage rationnel est algébrique.