
DM 01 – Réductions

Consignes :

Travail individuel, tout plagiat est interdit et sera sanctionné.

Votre rendu doit être téléversé en un seul fichier PDF sur Ametice.

Date limite du rendu : **mardi 23 mars 2021 23h59**.

Exercice 1.*Réduction(s)*

Rappel : le langage $L_{\bar{u}} = \{\langle M \rangle \# w \mid w \notin L(M)\}$ n'est pas semi-décidable.

1. Écrire votre nom de famille, en caractères minuscules.
2. Utiliser votre réponse à la question 1 comme graine pour générer quatre mots aléatoires sur l'alphabet $\{a, b\}$ à la page suivante :

<https://pageperso.lis-lab.fr/kevin.perrot/prng/calculabiliteavancee-dm01.html>

En réponse à cette question, écrire ces quatre mots w^1, w^2, w^3, w^4 sur votre copie.

3. Est-ce que $L_{\bar{u}} \leq_m^T L^- = \{\langle M \rangle \mid w_1 \notin L(M) \text{ et } w_2 \notin L(M)\}$?
Si oui, proposer une telle réduction. Justifier.
4. Est-ce que $L_{\bar{u}} \leq_m^T L^+ = \{\langle M \rangle \mid w_3 \in L(M) \text{ et } w_4 \in L(M)\}$?
Si oui, proposer une telle réduction. Justifier.

Exercice 2. *L_∞ est un ensemble de machines peu utiles*

Indication : vous pouvez utiliser les résultats vus en cours et travaux dirigés, à l'exception du théorème de Rice.

Rappel : $M(w) \uparrow$ signifie que le calcul de la machine M sur l'entrée w ne s'arrête pas.

1. Montrer que $L_\infty = \{\langle M \rangle \mid M(w) \uparrow \text{ pour toute entrée } w\}$ n'est pas semi-décidable.
2. Le complémentaire de L_∞ est-il semi-décidable? Justifier.