Traduction et Sémantique
Introduction

Luigi Santocanale
LIF, Université de Provence
Marseille, FRANCE

12 février 2010

Plan

Préambule

Contexte, historique

LSE : un Langage Simple d'Expressions
- Le langage source
- Une machine virutelle
- La traduction
- Des questions sémantiques
- Évaluation
- Typage

Plan

Préambule

Contexte, historique

LSE : un Langage Simple d'Expressions
- Le langage source
- Une machine virutelle
- La traduction
- Des questions sémantiques
- Évaluation
- Typage

Des coordonnées

- Page web :
  `http://www.lif.univ-mrs.fr/~lsantoca/teaching/TS/`
- Mon courriel : `lsantoca@lif.univ-mrs.fr`
- Formule de la note finale :

  `NF=(2 max (E, (2E+P) / 3) + TP) / 3`

  où
  - `E` est la note (rattrapable) de l'examen,
  - `P` est la note (non rattrapable) du partiel,
  - `TP` est la note (non rattrapable) du projet à elaborer en TP. Présence à la soutenace obligatoire.

D'autres infos

- Partiel, autour du 7ème cours.
- Projet : à la 6ème séance de TP.
  (Présence à la soutenance obligatoire.)

Bibliographie :

- Roberto M. Amadio.
  Introduction à l'analyse syntaxique et à la compilation, 04 2009.
- Alfred V. Aho, Ravi Sethi, and Jeffrey D. Ullman.
  Compilers : Princiles, Techniques, and Tools.
  Addison-Wesley, 1986.
- J. Levine and D. Mason, T. Brown.
  lex and yacc.
  O'Reilly, 1992.

Plan

Préambule

Contexte, historique

LSE : un Langage Simple d'Expressions
- Le langage source
- Une machine virutelle
- La traduction
- Des questions sémantiques
- Évaluation
- Typage

Compilation

Compiler :

- Littéraire :
  mettre ensemble.
  Fait par l'éditeur de liens.
- En Info : processus de *traduction*
  d'un langage source (de haut niveau)
  vers un langage cible, (de bas niveau, lisible par la machine).
- Diffèrent de l'*interprétation*,
  traduction et exécution à la volée.
  Voir les langages de scripts.
- Critère de correction de la traduction :
  notion de *sémantique*.

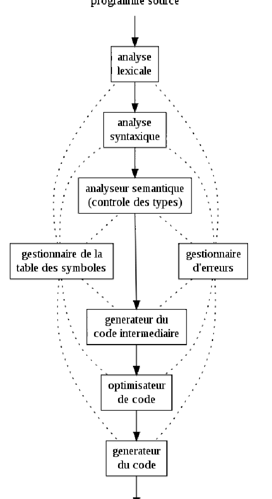
Objectifs

- Comprendre ce qui ce passe dans le processus de compilation.
- Apprendre les techniques et les algorithmes de ce processus.
- Maîtriser les outils (Lex, Yacc) qui nous permettent
  de construire des compilateurs.
- Apprécier ces techniques et ces outils,
  en dehors de leur contexte d'origine,
  pour des nouvelle problématiques.

D'autres applications

- Multitude de formats, transformations entre eux . . .
  . . . voir les exercices.
- Des exemples :
  - langages de composition de textes :
    tex, latex, bibtex, . . .
  - langages graphiques :
    dot, dot2tex, . . .
  - xml, html, & co :
    nsgmls, . . .
- Typage pour la sûreté

Structure d'un compilateur



Analyse lexicale

- Processus qui transforme (reconnaît)
  un flot de caractères vers une suite d'unités logiques
  (unités lexicales).
- Exemple :

  je (pronom) mange (verbe) la (article) pomme (nom)

  consiste de 16 caractères et 4 mots.
  On peut associer à chaque mot une catégorie.
- Cadre théorique :
  - expressions et langages réguliè r(e)s,
  - automates à états finis.

Analyse syntaxique

- Processus qui décerne les flots d'unités lexicales porteur de sens.
- Exemple :

  je (sujet) mange (verbe transitif) la pomme (objet) — mange la pomme (verbe)

  est un phrase, une phrase est constituée par un sujet et un verbe.
- En compilation :
  processus qui décerne la structure algébrique (articulation logique) d'un programme à partir d'un flot d'unités lexicales.
- Une première signification à un programme.
- Cadre théorique :
  - grammaires non contextuelles, langages algébriques,
  - automates à pile.

De la linguistique à l’informatique

Noam Chomsky.
Three models for the description of language.
IRE Trans. Inform. Theory, (2 :3) :113–124, 1956.

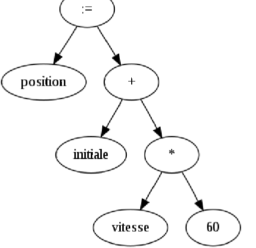
Noam Chomsky.
On certain formal properties of grammars.
Information and Control, 2 :137–167, 1959.

Peter Naur.
ALGOL—the international language for description of logical and numerical processes.
Nordisk Mat. Tidskr., 8 :117–129, 144, 1960.

Analyse sémantique

Typiquement il s’agit de la phase de *contrôle de types*.

L’expression



peut être jugé incorrecte ou . . .

Transtypage

. . . être tranformée en

:=
position
+
initiale
*
vitesse
Entier_vers_reel
60

Génération du code intermédiaire

- Représentation du programme dans un langage indépendant de l’architecture.
- Il s’agit, en général, d’un langage pour une machine abstraite.
- Code à trois adresses :

```
temp1  := EntiertVersReel(60)
temp2  := id3 * temp1
temp3  := id2 + temp2
id2    := temp3
```

Optimisation

Un exemple :

```
/* temp1 := EntiertVersReel(60) */
temp2 := id3 * 60.0
/* x temp3 := id2 + temp2 */
id2   := id2 + temp2
```


Génération de code

- Traduction dans le langage cible, lisible par une architecture donnée (CISC et x86, RISC et Sun, ...).
- Assignation des variables aux registres.

Ainsi,

```
position := intiale + vitesse * 60
```

devient :

```
11:position.c    ****   position=initiale + vitesse* 60;
34                             .loc 1 11 0
35 001c D945F4                 flds   -12(%ebp)
36 001f D9050000               flds   .LC0
36      0000
37 0025 DEC9                   fmulp  %st, %st(1)
38 0027 D845F8                 fadds  -8(%ebp)
39 002a D95DFC                 fstps  -4(%ebp)
```


Plan

Préambule

Contexte, historique

LSE : un Langage Simple d'Expressions
- Le langage source
- Une machine virutelle
- La traduction
- Des questions sémantiques
- Évaluation
- Typage

Le langage

- constantes numériques :

  `1, 03457`
- constantes booléennes :

  `true, false`
- opérateurs :

  `+, *, ...`
- variables :

  `x, y, z, s46uu,...`
- déclarations :

  `let ... = ... in ...`
- contrôle du flot :

  `if ... then ... else ...`

Analyse lexicale

La chaîne de caractères

```
let x7 = 3 in (x7 + 4)
```

est analisée comme suit :

Chaîne (lexème) :	`let`	`x7`	`=`	`3`	`in`	`(`	`x7`	`+`	`4`	`)`
Unité lexicale :	**let**	**id**	**eq**	**cnst**	**in**	**lpar**	**id**	**plus**	**cnst**	**rpar**
Valeur (attribut) :		*x7*		*3*			*x7*		*4*	

La définition du langage

…se fait par une grammaire non contextuelle

$$\mathscr{G} = \langle V, \Sigma, S, P \rangle$$

où

$$V = \{S, OP, E, B\} \cup$$
$$\{plus, prod, \ldots, id, const, lpar, rpar, if, then, else, let, eq, in\}$$

et P est

$OP \to plus \mid prod \mid \ldots$
$E \to id \mid const \mid E\ OP\ E \mid lpar\ E\ rpar$
$B \to E \mid if\ E\ then\ B\ else\ B \mid let\ id\ eq\ E\ in\ B \mid lpar\ B\ rpar$
$S \to B$

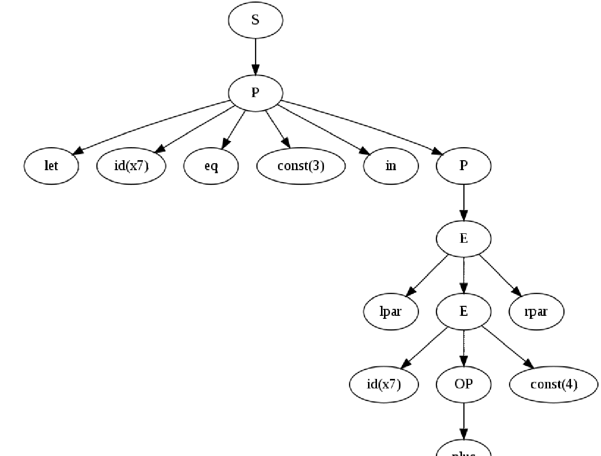
Dérivation (gauche)

La chaîne d'unités lexicales appartient au langage de $\mathscr{G}$,
car il existe une dérivation du symbole intial S vers la chaîne :

$S \Rightarrow B$
$\Rightarrow let\ id\ eq\ E\ in\ B$
$\Rightarrow let\ id\ eq\ const\ in\ B$
$\Rightarrow let\ id\ eq\ const\ in\ E$
$\Rightarrow let\ id\ eq\ const\ in\ lpar\ E\ rpar$
$\Rightarrow let\ id\ eq\ const\ in\ lpar\ E\ OP\ E\ rpar$
$\Rightarrow let\ id\ eq\ const\ in\ lpar\ id\ OP\ E\ rpar$
$\Rightarrow let\ id\ eq\ const\ in\ lpar\ id\ plus\ E\ rpar$
$\Rightarrow let\ id\ eq\ const\ in\ lpar\ id\ plus\ cnst\ rpar$

Arbre de dérivation

L'appartenance au langage de $\mathscr{G}$ est aussi témoigné par un arbre de dérivation :



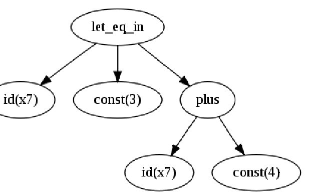
Syntaxe abstraite

A partir de l'arbre de dérivation on construit sa syntaxe abstraite.

Notre exemple donne :

$let_in_eq(\langle id, x7 \rangle , \langle const, 3 \rangle , plus(\langle id, x7 \rangle , \langle const, 4 \rangle))$

ou bien



Considération philosophiques sur la syntaxe abstraite

- Un programme est un terme – comme ceux de la logique.
- On peut représenter un terme comme un arbre étiqueté. Cela permet de se débarrasser de symboles non intéressants (parenthèses, virgules).
- On traite la construction `let...eq...in...` comme une unité, un symbole de fonction de arité 3.
- La structure mathématique des arbres est inductive :
  - on peut définir des fonctions par induction sur la structure,
  - on peut définir des fonctions par induction sur la syntaxe abstraite.

Définition de la syntaxe abstraite

Il s'agit d'arbres étiquetés.

Un *E*-terme :

étiquette	infos	enfants
id	chaine de caractères	0
const	nombre, `true`, `false`	0
plus		2 *E*-termes
prod		

Un *B*-terme : un *E*-terme, ou bien

étiquette	infos	enfants
let_eq_in		2 *E*-termes, 1 *B*-terme
if_then_else_		1 *E*-terme, 2 *B*-termes

Considération moins philosophiques sur la syntaxe abstraite

- Implantation de la syntaxe abstraite :
  - en C, par les pointeurs (arbres = généralisation des listes)
  - en d'autres langages par les types induticfs.
    En OCaml :

```
type valeur = Int of int | True | False
type eterm = Id of string | Const of valeur
           | Plus of eterm * eterm
type bterm = Expr of expr
           | Ifthenelse of eterm * bterm * bter
           | Leteqin of string * eterm * eterm
```

- Construire explicitement la syntaxte abstraite peut être couteux (en espace).
  Si l'on peut, on laisse cette construction implicite.

Une machine virtuelle

Une structure de donnés : $\langle M, pc, sp \rangle$, où

- M : tableau en mémoire,
- pc : program counter, compteur d'instruction,
- sp : stack pointer, pointeur au sommet de la pile.

Jeu d'instructions

`build v`	sp++ ; M[sp] := v ; pc++ ;
`branch j`	si M[sp] = `true` alors pc++ sinon pc :=j ; sp–
`load i`	sp++ ; M[sp] := M[i] ; pc++
`add`	sp++ ; M[sp] := M[sp] + M[sp +1] ; pc++
`return`	pc :=0 ; M[0] := M[sp] ; sp :=0

Fonction de traduction

Fonction de traduction,
définie par induction sur la syntaxe abstraite.

$$\mathscr{C}_E(x,w) = \texttt{load}\, i(x,w)$$
$$\mathscr{C}_E(v,w) = \texttt{build}\, v$$
$$\mathscr{C}_E(e_1+e_2,w) = \mathscr{C}_E(e_1,w)\cdot\mathscr{C}_E(e_2,w)\cdot\texttt{add}$$

$$\mathscr{C}_B(x,w) = (\texttt{load}\, i(x,w))\cdot\texttt{return}$$
$$\mathscr{C}_B(v,w) = (\texttt{build}\, v)\cdot\texttt{return}$$
$$\mathscr{C}_B(e_1+e_2,w) = \mathscr{C}_E(e_1,w)\cdot\mathscr{C}_E(e_2,w)\cdot\texttt{add}\cdot\texttt{return}$$
$$\mathscr{C}_B(let\, x = e\, in\, p,w) = \mathscr{C}_E(e,w)\cdot\mathscr{C}_B(b,w\cdot x)$$
$$\mathscr{C}_B(if\, e\, then\, b_1\, else\, b_2,w) = \mathscr{C}_E(e,w)\cdot(\texttt{branch}\,\kappa)\cdot\mathscr{C}_B(b_1,w)\cdot\kappa : \mathscr{C}_B(b_2,w)$$

Résultat ;-)

Compiler

let $x = 3$ *in*
  let $y = x + x$ *in*
    let $x =$ *true in*
      if x *then* y *else* x

donne

```
1 :     build   3
2 :     load    1
3 :     load    1
4 :     add
5 :     build   true
6 :     load    3
7 :     branch  k
8 :     load    2
9 :     return
k=10 :  load    3
11 :    return
```

Des questions sémantiques

- Que veut dire une expression telle que

```
if x then 0 else 1
```

  ?
- Est ce que le programme

```
if 33 then 1 else 1
```

  est correcte ?
- Est ce que la traduction est correcte ?

Évaluation (sémantique opérationnelle)

Entre les expressions, on dit que

`true , false , cnst(0) , cnst(1) , ...`

sont des valeurs.

On peut définir une relation

$$e \Downarrow v$$

par induction sur la syntaxe abstraite. À lire :

l'expression e s'évalue au valeur v .

Définition de $\Downarrow$

$$\frac{}{v \Downarrow v} \qquad \frac{e_1 \Downarrow n_1 \in \mathbb{N} \quad e_2 \Downarrow n_2 \in \mathbb{N}}{e_1 + e_2 \Downarrow n_1 + n_2}$$

$$\frac{e \Downarrow \texttt{true} \quad p_1 \Downarrow v}{\mathit{if}\, e\, \mathit{then}\, p_1\, \mathit{else}\, p_2 \Downarrow v} \qquad \frac{e \Downarrow \texttt{false} \quad p_2 \Downarrow v}{\mathit{if}\, e\, \mathit{then}\, p_1\, \mathit{else}\, p_2 \Downarrow v}$$

$$\frac{e \Downarrow v' \quad [v'/x]p \Downarrow v}{\mathit{let}\, x = e\, \mathit{in}\, p \Downarrow v}$$

Notre exemple

L'expression $\mathit{let}\ x = 3\ \mathit{in}\ (x+4)$ s'évalue à 7 :

$$\mathit{let}\ x = 3\ \mathit{in}\ (x+4) \Downarrow 7$$

car on peut construire un preuve de cette relation :

$$\frac{\frac{}{3 \Downarrow 3} \quad \frac{\frac{}{3 \Downarrow 3} \quad \frac{}{4 \Downarrow 4}}{3+4 \Downarrow 7}}{\mathit{let}\ x = 3\ \mathit{in}\ (x+4) \Downarrow 7}$$

Considérations

- Prouver que $e \Downarrow v$ « revient à calculer » la valeur de e.
- La relation $\Downarrow$ permet de donner une signification aux expressions,
  indépendamment de ce que fait la machine virtuelle.
- Nous pouvons poser formellement la question de la *correction de la traduction* :

  Si $e \Downarrow v$ et la machine exécute le code $\mathscr{C}_B(e, [])$,
  alors la machine s'arrête et $M[0]$ contient v.

  Est ce que cette proposition est vraie ?
- La relation $\Downarrow$ est un (important) outil mathématique.
  Difficilement on peut s'en servir dans le cadre de l'implémentation d'un compilateur.

Typage

On souhaite définir une relation de la forme

$$e : \tau$$

où $\tau \in \{ bool, nat \}$, à lire :

l'expression e est de type τ,

de façon que :

1. le fait suivant soit vrai :

   $$e : \tau \text{ implique } \exists v.\ v : \tau \text{ et } e \Downarrow v,$$

2. on puisse répondre à la question si $e : \tau$ de façon efficace.

Un premier essai

$$\frac{n \in \mathbb{N}}{n : nat} \qquad \frac{v \in \{ true, false \}}{v : bool}$$

$$\frac{e_1 : nat \quad e_2 : nat}{e_1 + e_2 : nat} \qquad \frac{e : bool \quad b_1 : \tau \quad b_2 : \tau}{if\ e\ then\ b_1\ else\ b_2 : \tau}$$

$$\frac{e : \tau' \quad x : \tau' \dashv b : \tau}{let\ x = e\ in\ b}$$

Nous devons aussi ajouter des contraintes de types sur les variables ! ! !

Environnement

- Environnement E :
  suite finie de contraintes de type sur les variables :

  $$x_1 : \tau_1,\ x_2 : \tau_2,\ \ldots,\ x_n : \tau_n$$

  tel que $x_i \neq x_j$ si $i \neq j$.
- $\emptyset$: environnement vide.
- Environnement $E[\tau/x]$:
  même environnement que E,
  sauf pour x qui est de type τ dans $E[\tau/x]$.

Deuxième essai

$$\frac{n \in \mathbb{N}}{E \vdash n : nat} \qquad \frac{v \in \{ true, false \}}{E \vdash v : bool}$$

$$\frac{x \text{ a type } \tau \text{ dans } E}{E \vdash x : \tau}$$

$$\frac{E \vdash e_1 : nat \quad e_2 : nat}{E \vdash e_1 + e_2 : nat} \qquad \frac{E \vdash e : bool \quad E \vdash b_1 : \tau \quad E \vdash b_2 : \tau}{E \vdash if\ e\ then\ b_1\ else\ b_2 : \tau}$$

$$\frac{E \vdash e : \tau' \quad E[\tau'/x] \vdash b : \tau}{E \vdash let\ x = e\ in\ b}$$

Exemples

L'expression

$$if\ true\ then\ 0\ else 1$$

a type *nat*, car on peut « la typer » par *nat* :

$$\frac{\frac{true \in \{ true, false \}}{\emptyset \vdash true : bool} \quad \frac{0 \in \mathbb{N}}{\emptyset \vdash 0 : nat} \quad \frac{1 \in \mathbb{N}}{\emptyset \vdash 1 : nat}}{\emptyset \vdash if\ true\ then\ 0\ else\ 1 : nat}$$

On ne peut pas typer l'expression

$$if\ x\ then\ 0\ else\ 1$$

car il n'existe pas $\tau \in \{ bool, nat \}$ et un arbre de la forme

$$\frac{\vdots}{\emptyset \vdash if\ x\ then\ 0\ else\ 1 : \tau}$$

Le théorème principal

Théorème.
Si on peut typer l'expression e,
alors cette expression s'évalue à un valeur.

Plus en détailles :
Proposition.
Si $\emptyset \vdash e : \tau$, alors il existe v tel que $v : \tau$ et $e \Downarrow v$.

Pour pouvoir montrer cela :
Lemme.
Si $x_1 : \tau_1, \ldots, x_n : \tau_n \vdash e : \tau$ et $\emptyset \vdash v_i : \tau_i$ pour $i = 1, \ldots, n$,
alors il existe v tel que $v : \tau$ et $[v_1/x_1, \ldots, v_n/x_n]e \Downarrow v$.