Traduction et Sémantique
Analyse ascendante

Luigi Santocanale
LIF, Université de Provence
Marseille, FRANCE

1er mars 2010

Plan

Des intuitions

Reconnaissance des préfixes admissibles

Grammaires $LR(0)$ et leur APD

Un exemple étendu

Plan

Des intuitions

Reconnaissance des préfixes admissibles

Grammaires $LR(0)$ et leur APD

Un exemple étendu

Analyse LR(k)

Idée :

- en lisant le mot w à partir de la gauche

  – left-to-right parse
- reconstruire une dérivation droite du mot w

  à partir du mot w lui même

  – rightmost derivation
- en lisant k-caractères à la fois

  – lookahead k

Analyse LR(k)

Idée :

- en lisant le mot *w* à partir de la gauche

  – left-to-right parse
- reconstruire une dérivation droite du mot *w*

  à partir du mot *w* lui même

  – rightmost derivation
- en lisant *k*-caractères à la fois

  – lookahead *k*

Analyse LR(k)

Idée :

- en lisant le mot w à partir de la gauche
  – left-to-right parse
- reconstruire une dérivation droite du mot w
  à partir du mot w lui même
  – rightmost derivation
- en lisant k-caractères à la fois
  – lookahead k

Un exemple

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow TT \\
T &\rightarrow aTb \mid ab
\end{aligned}
$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TT \\ T &\rightarrow aTb \mid ab \end{aligned}$$

Une dérivation droite du mot *abaabb* $\in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{array}{rcl} S & \to & TT \\ T & \to & aTb \mid ab \end{array}$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow TT \\
T &\rightarrow aTb \mid ab
\end{aligned}
$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TT \\ T &\rightarrow aTb \mid ab \end{aligned}$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{array}{rcl} S & \rightarrow & TT \\ T & \rightarrow & aTb \mid ab \end{array}$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$abaabb$$

Un exemple

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TT \\ T &\rightarrow aTb \mid ab \end{aligned}$$

Une dérivation droite du mot *abaabb* $\in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D \textcolor{red}{a}baabb$$

Un exemple

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TT \\ T &\rightarrow aTb \mid ab \end{aligned}$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & TT \\ T & \rightarrow & aTb \mid ab \end{array}$$

Une dérivation droite du mot *abaabb* $\in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TT \\ T &\rightarrow aTb \mid ab \end{aligned}$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$\color{red}{T}\color{black}{aabb} \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{array}{rcl} S & \rightarrow & TT \\ T & \rightarrow & aTb \mid ab \end{array}$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{array}{rcl} S & \rightarrow & TT \\ T & \rightarrow & aTb \mid ab \end{array}$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{array}{rcl} S & \rightarrow & TT \\ T & \rightarrow & aTb \mid ab \end{array}$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{array}{rcl} S & \rightarrow & TT \\ T & \rightarrow & aTb \mid ab \end{array}$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow TT \\
T &\rightarrow aTb \mid ab
\end{aligned}
$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$S \rightarrow TT$$
$$T \rightarrow aTb \mid ab$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TT \\ T &\rightarrow aTb \mid ab \end{aligned}$$

Une dérivation droite du mot *abaabb* $\in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow TT \\
T &\rightarrow aTb \mid ab
\end{aligned}
$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{array}{rcl} S & \rightarrow & TT \\ T & \rightarrow & aTb \mid ab \end{array}$$

Une dérivation droite du mot *abaabb* $\in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Un exemple

$$\begin{array}{rcl} S & \rightarrow & TT \\ T & \rightarrow & aTb \mid ab \end{array}$$

Une dérivation droite du mot $abaabb \in L(\mathscr{G})$:

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Reconstruction ascendante de la dérivation :

$$S \Rightarrow_D TT \Rightarrow_D TaTb \Rightarrow_D Taabb \Rightarrow_D abaabb$$

Une stratégie de reconstruction de DD

- On utilise une pile,
  où on y place le préfixe rouge (préfixe admissible)
- On regarde un morceau de la pile,
  proche du haut de la pile
- Deux opérations :
  - réduire (reduce) :
    on applique une production
    à l'envers, proche du haut de la pile
  - décaler (shift) :
    on empile le prochain caractère du mot à analyser
- On accepte si

Une stratégie de reconstruction de DD

- On utilise une pile,
  où on y place le préfixe rouge (préfixe admissible)
- On regarde un morceau de la pile,
  proche du haut de la pile
- Deux opérations :
  - réduire (reduce) :
    on applique une production
    – à l'envers, proche du haut de la pile
  - décaler (shift) :
    on empile le prochain caractère du mot à analyser
- On accepte si

Une stratégie de reconstruction de DD

- On utilise une pile,
  où on y place le préfixe rouge (préfixe admissible)
- On regarde un morceau de la pile,
  proche du haut de la pile
- Deux opérations :
  - réduire (reduce) :
    on applique une production
    – à l'envers, proche du haut de la pile
  - décaler (shift) :
    on empile le prochain caractère du mot à analyser
- On accepte si

Une stratégie de reconstruction de DD

- On utilise une pile,
  où on y place le préfixe rouge (préfixe admissible)
- On regarde un morceau de la pile,
  proche du haut de la pile
- Deux opérations :
  - réduire (reduce) :
    on applique une production
    – à l'envers, proche du haut de la pile
  - décaler (shift) :
    on empile le prochain caractère du mot à analyser
- On accepte si
  - on a lu tout le mot
    on a réduit la pile à l'axiome S

Une stratégie de reconstruction de DD

- On utilise une pile,
  où on y place le préfixe rouge (préfixe admissible)
- On regarde un morceau de la pile,
  proche du haut de la pile
- Deux opérations :
  - réduire (reduce) :
    on applique une production
    – à l'envers, proche du haut de la pile
  - décaler (shift) :
    on empile le prochain caractère du mot à analyser
- On accepte si
  - on a lu tout le mot
  - on a réduit la pile à l'axiome S

Une stratégie de reconstruction de DD

- On utilise une pile,
  où on y place le préfixe rouge (préfixe admissible)
- On regarde un morceau de la pile,
  proche du haut de la pile
- Deux opérations :
  - réduire (reduce) :
    on applique une production
    – à l'envers, proche du haut de la pile
  - décaler (shift) :
    on empile le prochain caractère du mot à analyser
- On accepte si
  - on a lu tout le mot
  - on a réduit la pile à l'axiome S

Une stratégie de reconstruction de DD

- On utilise une pile,
  où on y place le préfixe rouge (préfixe admissible)
- On regarde un morceau de la pile,
  proche du haut de la pile
- Deux opérations :
  - réduire (reduce) :
    on applique une production
    – à l'envers, proche du haut de la pile
  - décaler (shift) :
    on empile le prochain caractère du mot à analyser
- On accepte si
  - on a lu tout le mot
  - on a réduit la pile à l'axiome S

Une stratégie de reconstruction de DD

- On utilise une pile,
  où on y place le préfixe rouge (préfixe admissible)
- On regarde un morceau de la pile,
  proche du haut de la pile
- Deux opérations :
  - réduire (reduce) :
    on applique une production
    – à l'envers, proche du haut de la pile
  - décaler (shift) :
    on empile le prochain caractère du mot à analyser
- On accepte si
  - on a lu tout le mot
  - on a réduit la pile à l'axiome S

Notre exemple

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TT \\ T &\rightarrow aTb \mid ab \end{aligned}$$

Pile	Entrée	Action	
	abaabb	*shift*	
a	*baabb*	*shift*	
ab	*aabb*	*reduce*	$T \rightarrow ab$
T	*aabb*	*shift*	
Ta	*abb*	*shift*	
Taa	*bb*	*shift*	
Taab	*b*	*reduce*	$T \rightarrow ab$
TaT	*b*	*shift*	
TaTb		*reduce*	$T \rightarrow aTb$
TT		*reduce*	$S \rightarrow TT$
S			

Limites de la stratégie

- Les deux opérations/actions – réduire et décaler – sont cause de non-déterminisme :
  - pas de raisons de préférer une opération à l'autre
  - deux types de conflits à gérer :

réduire/réduire
réduire/décaler

- Le « morceau proche du haut » n'est pas le sommet de la pile.

Limites de la stratégie

- Les deux opérations/actions – réduire et décaler – sont cause de non-déterminisme :
  - pas de raisons de préférer une opération à l'autre
  - deux types de conflits à gérer :

réduire/réduire
réduire/décaler

- Le « morceau proche du haut » n'est pas le sommet de la pile.
  - Quoi doit-on chercher dans ce morceau ? Quelle est sa longueur maximale ?

Limites de la stratégie

- Les deux opérations/actions – réduire et décaler – sont cause de non-déterminisme :
  - pas de raisons de préférer une opération à l'autre
  - deux types de conflits à gérer :

réduire/réduire
réduire/décaler

- Le « morceau proche du haut » n'est pas le sommet de la pile.
  - Quoi doit-on chercher dans ce morceau ?
  - Quelle est sa longueur maximale ?

Limites de la stratégie

- Les deux opérations/actions – réduire et décaler – sont cause de non-déterminisme :
  - pas de raisons de préférer une opération à l'autre
  - deux types de conflits à gérer :

réduire/réduire
réduire/décaler

- Le « morceau proche du haut » n'est pas le sommet de la pile.
  - Quoi doit-on chercher dans ce morceau ?
  - Quelle est sa longueur maximale ?

Limites de la stratégie

- Les deux opérations/actions – réduire et décaler – sont cause de non-déterminisme :
  - pas de raisons de préférer une opération à l'autre
  - deux types de conflits à gérer :

réduire/réduire
réduire/décaler

- Le « morceau proche du haut » n'est pas le sommet de la pile.
  - Quoi doit-on chercher dans ce morceau ?
  - Quelle est sa longueur maximale ?

Limites de la stratégie

- Les deux opérations/actions – réduire et décaler – sont cause de non-déterminisme :
  - pas de raisons de préférer une opération à l'autre
  - deux types de conflits à gérer :

réduire/réduire
réduire/décaler

- Le « morceau proche du haut » n'est pas le sommet de la pile.
  - Quoi doit-on chercher dans ce morceau ?
  - Quelle est sa longueur maximale ?

Conflits réduire/réduire

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow aT \mid bU \\
T &\rightarrow bc \\
U &\rightarrow c
\end{aligned}
$$

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	bc	*shift*	
ab	c	*shift*	
abc		*reduce*	$U \rightarrow c$
abU		*reduce*	$S \rightarrow bU$
aS		??	

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	bc	*shift*	
ab	c	*shift*	
abc		*reduce*	$T \rightarrow bc$
aT		*reduce*	$S \rightarrow aT$
S			

Conflits réduire/réduire

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aT \mid bU \\ T &\rightarrow bc \\ U &\rightarrow c \end{aligned}$$

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	*bc*	*shift*	
ab	*c*	*shift*	
abc		*reduce*	$U \rightarrow c$
abU		*reduce*	$S \rightarrow bU$
aS		??	

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	*bc*	*shift*	
ab	*c*	*shift*	
abc		*reduce*	$T \rightarrow bc$
aT		*reduce*	$S \rightarrow aT$
S			

Conflits réduire/décaler (I)

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aT \\ T &\rightarrow bc \mid ab \end{aligned}$$

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	bc	*shift*	
ab	c	*reduce*	$T \rightarrow ab$
T	c	*shift*	
Tc		??	

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	bc	*shift*	
ab	c	*shift*	
abc		*reduce*	$T \rightarrow bc$
aT		*reduce*	$S \rightarrow aT$
S			

Conflits réduire/décaler (I)

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow aT \\
T &\rightarrow bc \mid ab
\end{aligned}
$$

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	bc	*shift*	
ab	c	*reduce*	$T \rightarrow ab$
T	c	*shift*	
Tc		??	

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	bc	*shift*	
ab	c	*shift*	
abc		*reduce*	$T \rightarrow bc$
aT		*reduce*	$S \rightarrow aT$
S			

Conflits réduire/décaler (II)

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Tc \\ T &\rightarrow ab \mid bc \end{aligned}$$

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	bc	*shift*	
ab	c	*shift*	
abc		*reduce*	$T \rightarrow bc$
aT		??	

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	bc	*shift*	
ab	c	*reduce*	$T \rightarrow ab$
T	c	*shift*	
Tc		*reduce*	$S \rightarrow Tc$
S			

Conflits réduire/décaler (II)

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Tc \\ T &\rightarrow ab \mid bc \end{aligned}$$

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	*bc*	*shift*	
ab	*c*	*shift*	
abc		*reduce*	$T \rightarrow bc$
aT		??	

Pile	Entrée	Action	
	abc	*shift*	
a	*bc*	*shift*	
ab	*c*	*reduce*	$T \rightarrow ab$
T	*c*	*shift*	
Tc		*reduce*	$S \rightarrow Tc$
S			

Plan

Des intuitions

Reconnaissance des préfixes admissibles

Grammaires $LR(0)$ et leur APD

Un exemple étendu

... proche du haut de la pile

Pour choisir entre un décalage et une réduction

- combien de symboles doit-on regarder ?
- quoi doit-on regarder ?

Des premières réponses :

- il existe une borne supérieure sur ce nombre,
  car les productions d'une grammaire sont en nombre fini.
- on a donc besoin d'une mémoire finie,
  c'est-à-dire d'un AFD
- on mets à disposition cette info (les états de l'AFD)
  sur la pile

Préfixes admissibles, items

Soit $\mathscr{G}$ fixée.

Définition. Un mot $\alpha = \delta\beta \in V^*$ est un préfixe admissible (pour $\mathscr{G}$) s'il existe une dérivation droite

$$S \Rightarrow_D^* \delta A w \Rightarrow_D \delta\beta\gamma w$$

Définition. Un item est

- une production $A \to \alpha$,
- plus une position du curseur dans α,

$$A \to \beta \uparrow \gamma$$

Préfixes admissibles, items

Soit $\mathscr{G}$ fixée.

Définition. Un mot $\alpha = \delta\beta \in V^*$ est un préfixe admissible (pour $\mathscr{G}$) s'il existe une dérivation droite

$$S \Rightarrow_D^* \delta A w \Rightarrow_D \delta\beta\gamma w$$

Définition. Un item est

- une production $A \to \alpha$,
- plus une position du curseur dans α,

$$A \to \beta \uparrow \gamma$$

Préfixes admissibles, items

Soit $\mathscr{G}$ fixée.

Définition. Un mot $\alpha = \delta\beta \in V^*$ est un préfixe admissible (pour $\mathscr{G}$) s'il existe une dérivation droite

$$S \Rightarrow_D^* \delta A w \Rightarrow_D \delta\beta\gamma w$$

Définition. Un item est

- une production $A \to \alpha$,
- plus une position du curseur dans α,

$$A \to \beta\gamma$$

Relation entre préfixes et items

Si $\alpha = \delta\beta \in V^*$ est admissible et

$$S \Rightarrow_D^* \delta A w \Rightarrow_D \delta\beta\gamma w$$

alors on dit que l'item

$$A \rightarrow \beta \uparrow \gamma$$

est valide pour α.

Intuitions et remarques. Un item valide pour α témoigne que :

- on est sur la bonne route,
- α peut se prolonger à un mot dérivable de S,
- tout où tard, par une suite de décalages, on aboutira à une réduction.
- Un mot admissible α peut avoir plusieurs items valides !!!

Relation entre préfixes et items

Si $\alpha = \delta\beta \in V^*$ est admissible et

$$S \Rightarrow_D^* \delta A w \Rightarrow_D \delta\beta\gamma w$$

alors on dit que l'item

$$A \rightarrow \beta \uparrow \gamma$$

est valide pour α.

Intuitions et remarques. Un item valide pour α témoigne que :

- on est sur la bonne route,
- α peut se prolonger à un mot dérivable de S,
- tout où tard, par une suite de décalages, on aboutira à une réduction.
- Un mot admissible α peut avoir plusieurs items valides ! ! !

Relation entre préfixes et items

Si $\alpha = \delta\beta \in V^*$ est admissible et

$$S \Rightarrow_D^* \delta A w \Rightarrow_D \delta\beta\gamma w$$

alors on dit que l'item

$$A \rightarrow \beta \uparrow \gamma$$

est valide pour α.

Intuitions et remarques. Un item valide pour α témoigne que :

- on est sur la bonne route,
- α peut se prolonger à un mot dérivable de S,
- tout où tard, par une suite de décalages, on aboutira à une réduction.
- Un mot admissible α peut avoir plusieurs items valides ! ! !

Relation entre préfixes et items

Si $\alpha = \delta\beta \in V^*$ est admissible et

$$S \Rightarrow_D^* \delta A w \Rightarrow_D \delta\beta\gamma w$$

alors on dit que l'item

$$A \rightarrow \beta \uparrow \gamma$$

est valide pour α.

Intuitions et remarques. Un item valide pour α témoigne que :

- on est sur la bonne route,
- α peut se prolonger à un mot dérivable de S,
- tout où tard, par une suite de décalages, on aboutira à une réduction.
- Un mot admissible α peut avoir plusieurs items valides ! ! !

Relation entre préfixes et items

Si $\alpha = \delta\beta \in V^*$ est admissible et

$$S \Rightarrow_D^* \delta A w \Rightarrow_D \delta\beta\gamma w$$

alors on dit que l'item

$$A \to \beta \uparrow \gamma$$

est valide pour α.

Intuitions et remarques. Un item valide pour α témoigne que :

- on est sur la bonne route,
- α peut se prolonger à un mot dérivable de S,
- tout où tard, par une suite de décalages, on aboutira à une réduction.
- Un mot admissible α peut avoir plusieurs items valides ! ! !

Un AFN qui reconnaît les préfixes admissibles

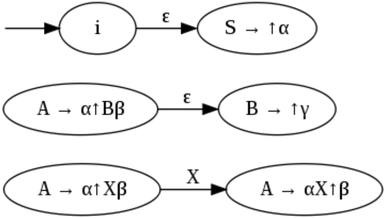
Soit $\mathscr{G}$ une grammaire où tout symbole est utile.

Théorème. Il existe un AFN $\mathscr{A}$ tel que

$$\alpha \text{ est un préfixe admissible pour } \mathscr{G} \text{ ssi } \alpha \in L(\mathscr{A}).$$

Idée de la preuve : $\mathscr{A} = \langle Q, i, F, \Delta \rangle$ où

- $Q = \{\, i \,\} \cup \{\, A \to \alpha \uparrow \beta \mid \text{les items de } \mathscr{G} \,\}$,
- $F = Q$,
- Δ est de la forme :



Plan

Des intuitions

Reconnaissance des préfixes admissibles

Grammaires $LR(0)$ et leur APD

Un exemple étendu

Une stratégie gagnante

Intuition.
Une grammaire est $LR(0)$ si notre stratégie marche bien.

Rappel :
on construit un AFD $\mathscr{A}'$ tel que

$$L(\mathscr{A}') = \{\,\text{préfixes admissibles de } \mathscr{G}\,\}$$

par :

1. élimination des transitions ε,
2. determinisation par macro-états (sous-ensembles).

Une stratégie gagnante

Intuition.
Une grammaire est $LR(0)$ si notre stratégie marche bien.

Rappel :
on construit un AFD $\mathscr{A}'$ tel que

$$L(\mathscr{A}') = \{\, \text{préfixes admissibles de } \mathscr{G} \,\}$$

par :

1. élimination des transitions ε,
2. determinisation par macro-états (sous-ensembles).

Grammaire LR(0)

Définitions.

- Un item est complet s'il est de la forme

$$A \to \alpha \uparrow$$

- Une grammaire est $LR(0)$ si
  1. un macro-état qui contient un item complet est un singleton,
  2. S n'est pas à droite d'une production.

Mise en ouvre de la stratégie (construction de l'APD)

- On utilise une pile.
- La pile est de la forme

$$q_0 X_1 q_1 X_2 q_2 \ldots X_n q_n$$

  où
  - $X_1 \ldots X_n$ est un préfixe admissible,
  - chaque q_i est un macro-état,
  - $q_{i-1} \xrightarrow{X_i} q_i$ pour $i = 1, \ldots, n$.
- Au début, la pile contient q_0.

Mise en ouvre de la stratégie (construction de l'APD)

- On utilise une pile.
- La pile est de la forme

$$q_0 X_1 q_1 X_2 q_2 \dots X_n q_n$$

  où
  - $X_1 \dots X_n$ est un préfixe admissible,
  - chaque q_i est un macro-état,
  - $q_{i-1} \xrightarrow{X_i} q_i$ pour $i = 1, \dots, n$.
- Au début, la pile contient q_0.

Mise en ouvre de la stratégie (construction de l'APD)

- On utilise une pile.
- La pile est de la forme

$$q_0 X_1 q_1 X_2 q_2 \ldots X_n q_n$$

  où
  - $X_1 \ldots X_n$ est un préfixe admissible,
  - chaque q_i est un macro-état,
  - $q_{i-1} \xrightarrow{X_i} q_i$ pour $i = 1, \ldots, n$.
- Au début, la pile contient q_0.

Transitions de l'APD

- Si $q_n = \{ A \to X_i \dots X_n \uparrow \}$ on réduit.
  La pile devient :
  $$q_0 X_1 q_1 X_2 q_2 \dots X_{i-1} q_{i-1} A q$$
  où $q_{i-1} \xrightarrow{A} q_i$.
- Sinon on décale :
  on lit le prochain caractère 'a' et la pile devient
  $$q_0 X_1 q_1 X_2 q_2 \dots X_n q_n a q$$
  où $q_n \xrightarrow{a} q$.

Transitions de l'APD

- Si $q_n = \{ A \to X_i \dots X_n \uparrow \}$ on réduit.
  La pile devient :

  $$q_0 X_1 q_1 X_2 q_2 \dots X_{i-1} q_{i-1} A q$$

  où $q_{i-1} \xrightarrow{A} q_i$.
- Sinon on décale :
  on lit le prochain caractère 'a' et la pile devient

  $$q_0 X_1 q_1 X_2 q_2 \dots X_n q_n a q$$

  où $q_n \xrightarrow{a} q$.

Plan

Une grammaire et ses items

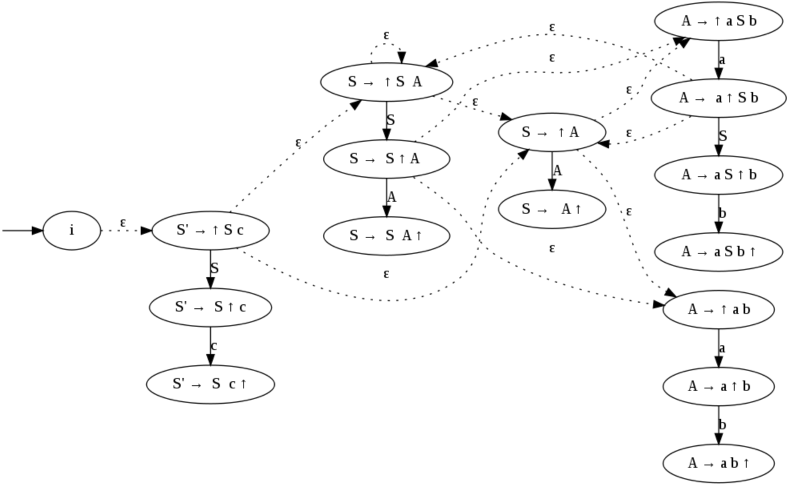
Soit $\mathscr{G}$:

$$\begin{array}{rcl} S' & \rightarrow & Sc \\ S & \rightarrow & SA \mid A \\ A & \rightarrow & aSb \mid ab \end{array}$$

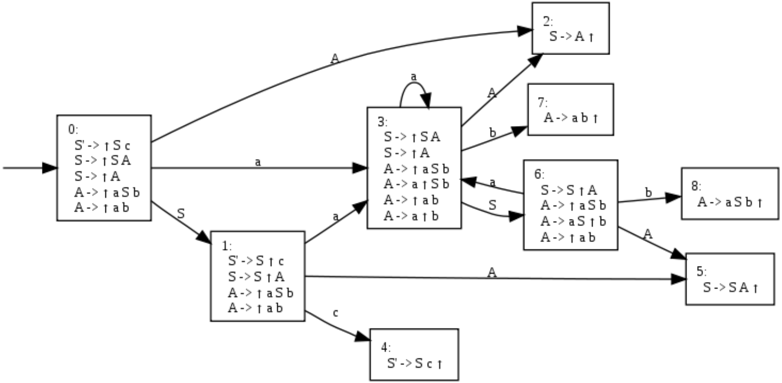
Les items :

$$\begin{array}{l} S' \rightarrow \uparrow Sc\,,\; S' \rightarrow S \uparrow c\,,\; S' \rightarrow Sc \uparrow\,, \\ S \rightarrow \uparrow SA\,,\; S \rightarrow S \uparrow A\,,\; S \rightarrow SA \uparrow\,, \\ S \rightarrow \uparrow A\,,\; S \rightarrow A \uparrow\,, \\ A \rightarrow \uparrow aSb\,,\; A \rightarrow a \uparrow Sb\,,\; A \rightarrow aS \uparrow b\,,\; A \rightarrow aSb \uparrow\,, \\ A \rightarrow \uparrow ab\,,\; A \rightarrow a \uparrow b\,,\; A \rightarrow ab \uparrow\,. \end{array}$$

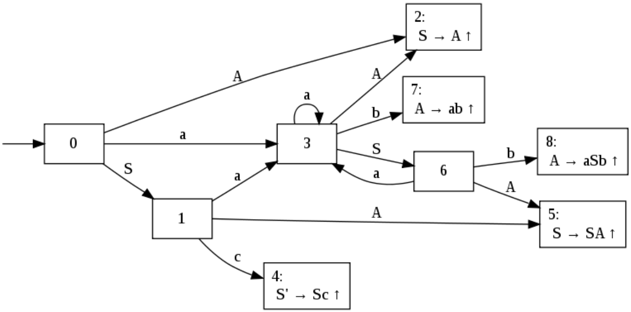
L'AFN


i
S' → ↑ S c
S' → S ↑ c
S' → S c ↑
S → ↑ S A
S → S ↑ A
S → S A ↑
S → ↑ A
S → A ↑
A → ↑ a S b
A → a ↑ S b
A → a S ↑ b
A → a S b ↑
A → ↑ a b
A → a ↑ b
A → a b ↑
ε
S
c
A
a
b

L'AFD, détails



L'AFD



Le calcul

Pile	Entrée	Action	
0	$aababbc$	*shift*	
$0a3$	$ababbc$	*shift*	
$0a3a3$	$babbc$	*shift*	
$0a3a3b7$	$abbc$	*reduce*	$A \longrightarrow ab$
$0a3A2$	$abbc$	*reduce*	$S \longrightarrow A$
$0a3S6$	$abbc$	*shift*	
$0a3S6a3$	bbc	*shift*	
$0a3S6a3b7$	bc	*reduce*	$A \longrightarrow ab$
$0a3S6A5$	bc	*reduce*	$S \longrightarrow SA$
$0a3S6$	bc	*shift*	
$0a3S6b8$	c	*reduce*	$A \longrightarrow aSb$
$0A2$	c	*reduce*	$S \longrightarrow A$
$0S1$	c	*shift*	
$0S1c4$		*reduce*	$S' \longrightarrow Sc$
$0S'$		*accept*	