

Fiche de TP no. 2

Rappels

Urls de `Prover9` et `Mace4` :

<http://www.cs.unm.edu/~mccune/mace4/>
<http://www.cs.unm.edu/~mccune/mace4/manual/2009-11A/>

`Prover9` essaye de montrer que $\Gamma \models \phi$, c'est-à-dire ϕ est une conséquence logique de Γ , en utilisant des méthodes basés sur la résolution. `Mace4` essaye de montrer que $\Gamma \not\models \phi$, en construisant un modèle de Γ qui rend ϕ fausse.

Utilisation via la ligne de commande :

```
prover9-mace4-gui
```

Désormais nous allons nous intéresser à la logique du premier ordre exclusivement.

Exercice 1. Après avoir choisi le langage (ou vocabulaire), traduisez les phrases suivantes en formules de la logique du premier ordre. Écrivez ces formules dans la fenêtre des assomptions de `Prover9-Mace4`.

1. Quelqu'un qui habite Château Letot a tué tante Agate.
2. Agate, le majordome, et Charles habitent Château Letot, et il sont les seuls qui l'habitent.
3. Un tueur haït toujours sa victime, et il n'est j'aurais plus riche que sa victime.
4. Charles haït personne que tante Agate haït.
5. Agate haït tous sauf le majordome.
6. Le majordome haït tous ceux qui ne sont pas plus riches de tante Agate.
7. Le majordome haït tous ceux que tante Agate haït.
8. Personne haït tous le monde.
9. Agate n'est pas le majordome.

Utilisez `Prover9` et/ou `Mace4` pour trouver qui a tué tante Agate.

Exercice 2. Utilisez `Mace4` pour montrer que les formules

1. $\forall x \exists y P(x, y) \Rightarrow \exists y \forall x P(x, y)$,
2. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x) \Rightarrow \exists x (P(x) \wedge Q(x))$,

ne sont pas des tautologies (valides).

Décodez ensuite les réponses engendrées par `Mace4` : vous devez pouvoir dessiner les structures qui invalident ces formules ; comparez ensuite votre dessin avec celui engendré par l'outil `viewmodels.sh`.

Exercice 3. Utilisez `Prover9` pour prouver cette conjecture : *si un graphe (non orienté) est biparti, alors il ne contient pas un cycle de longueur 3.*

Étapes à suivre :

- (a) choisir un langage (vocabulaire) qui permet de parler de graphes, qui soient bicolorés ;
- (b) trouver un ensemble fini Γ de formules du premier ordre sur ce langage tel que les modèles de Γ sont les graphes non orientés bipartis ; ajouter les formules de Γ dans la fenêtre des assomptions ;
- (c) formaliser la phrase « il ne contient pas un cycle de longueur 3 » avec ce langage et l'ajouter parmi les buts ;
- (d) démarrez `Prover9` et inspectez le résultat.

Conseil : un graphe non orienté biparti est un ensemble V muni d'une relation binaire E telle que ... et de deux ensembles A et B tels que ...

Exercice 4. Utilisez **Mace4** pour réfuter cette conjecture : *si un graphe (non orienté) est triparti, alors il ne contient pas un cycle de longueur 4.*

Étapes à suivre :

- (a) choisir un langage (vocabulaire) qui permet de parler de graphes, qui soient tricolorés ;
- (b) trouver un ensemble fini Γ de formules du premier ordre sur ce langage tel que les modèles de Γ sont les graphes non orientés tripartis ; ajouter les formules de Γ dans la fenêtre des assomptions ;
- (c) formaliser la phrase « il ne contient pas un cycle de longueur 4 » avec ce langage et l'ajouter parmi les buts ;
- (d) démarrez **Mace4** et inspectez le résultat.

D'autres casse-têtes

Exercice 5. Utilisez **Prover9** et/ou **Mace4** pour donner une réponse à ce problème.

A un congrès il se trouvent 6 politiciens. Chacun d'eux est honnête ou malhonnête. En sachant les choses suivantes

- (a) il y a au moins un politicien honnête ;
- (b) pris deux politiciens au hasard, au moins un d'eux est malhonnête.

Combien de politiciens malhonnêtes il y a ?

Exercice 6. Utilisez **Prover9** et/ou **Mace4** pour donner une réponse à ce problème.

L'inspecteur Craig se trouve en Transylvanie pour chasser les vampires. Chaque vampire sain mente, et chaque vampire fou dit la vérité ; chaque humain sain dit la vérité, et chaque humain fou mente.

Il enquête les soeurs Lucy et Minna pour découvrir laquelle des deux est un vampire. Rien n'est connu de leur santé mentale.

Craig à Lucy : dis moi quelque-chose sur vous !

Lucy : nous sommes toutes les deux folles.

Craig à Minna : certes que no.

Depuis cette conversation, Craig fut capable de prouver qui était, parmi les deux, la vampire. Laquelle ?