Nous avons déjà utilisé Maple pour tracer les graphes de fonction d'une variable réelle. Pour cela, nous avons utilisé la fonction `plot`, par exemple sous la forme :

```
[>plot(cos);
```

ou encore :

```
[>plot(cos(x),x=0..Pi);
```

Les plus rapides ont aussi vu la fonction `plot3d` qui permet de tracer les graphes de fonctions de deux variables : $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | z = f(x,y)\}$.

Aujourd'hui, nous allons voir que la fonction `plot` peut aussi nous aider dans l'étude et le tracé de courbes paramétrées, de courbes polaires, et donc de coniques. On commencera par taper l'instruction suivante afin de pouvoir utiliser certaines fonctionnalités supplémentaires :

```
[>with(plots);
```

1 Courbes paramétrées

```
[>plot([cos(t),sin(t),t=0..2*Pi]);
```

Pour chacune des courbes suivantes, étudiez à la main l'intervalle d'étude nćessaire, les symétries attendues, les points doubles éventuels, puis tracez-la à l'aide de Maple. Vérifiez ensuite à l'aide de Maple vos premiers résultats. Pour le tracé, il faut utiliser la fonction `plot`. Pour en savoir plus long sur son utilisation dans le cas des courbes paramétrées, consultez l'aide sur `plot[parametric]`.

1. $\begin{cases} x(t) = \sin 2t \\ y(t) = \cos 2t \end{cases}$
2. $\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = (1+\cos t)\sin t \end{cases}$
3. $\begin{cases} x(t) = 2\sin t + \cos t \\ y(t) = \sin^3 t + 2\cos^3 t \end{cases}$
4. $\begin{cases} x(t) = t + \dfrac{1}{2t^2} \\ y(t) = t^2 + 2t \end{cases}$
5. $\begin{cases} x(t) = t - t^3 \\ y(t) = t^2 - t^3 \end{cases}$
6. $\begin{cases} x(t) = \dfrac{1-2t}{t^2} \\ y(t) = e^{t+1/t} \end{cases}$

Remarques :

– pour la courbe 4, donnez un tracé "proche" de l'origine, et un autre plus "éloigné" afin d'étudier les branches infinies (on peut " forcer" les intervalles d'abscisse et ordonnée).
– pour la courbe 6, distinguez un tracé pour les valeurs de t négatives, et un autre pour les valeurs positives, ceci afin d'éviter les valeurs trop grandes prises en $t = 0$. Prenez garde à la valeur $t = \dfrac{1}{2}$.

Pour la courbe 4, vous avez pu déterminer la nature des branches infinies. À l'aide de la commande `display` *qui permet de tracer plusieurs courbes sur un même graphique, représentez ces asymptotes.*

2 Courbes polaires

Pour tracer des courbes définies en coordonnées polaires, on va à nouveau utiliser la fonction `plot`. Pour plus d'informations, reportez-vous à la rubrique de l'aide `plot[polar]`.

```
[>plot([1,theta,theta=0..2*Pi],coords=polar);
```

2.1 Un premier exemple

Dans cette partie, on va étudier étape par étape la courbe $\mathcal{C}$ admettant pour équation polaire $\rho = \cos\dfrac{5\theta}{2}$.
Tracez la courbe $\mathcal{C}$ à l'aide de Maple.

2.1.1 Étude de la période minimale

Calculez à la main la période minimale de cette courbe polaire. Tracez ensuite à l'aide de Maple la partie correspondante ; nommons la $\mathcal{C}_1$. Quelles rotations doit-on appliquer à $\mathcal{C}_1$ pour obtenir $\mathcal{C}$? Vérifiez-le graphiquement.

2.1.2 Étude des symétries

Montrez que sur l'intervalle obtenu, la courbe admet une symétrie. Qu'en déduisez-vous sur l'intervalle d'étude ?
Tracez la courbe sur l'intervalle minimal. ; nommons-la $\mathcal{C}_0$.
Vérifiez à nouveau le résultat graphiquement.

2.2 D'autres courbes pour continuer

Pour chacune des courbes suivantes données par leur équation polaire, déterminez la périodicité et les symétries puis tracez-les.

1. $\rho = \cos 4\theta$
2. $\rho = \sin\theta.\cos\theta$
3. $\rho = \sin 2\theta + \tan\theta$
4. $\rho = \sin 3\theta + \tan\theta$
5. $\rho = \theta$
6. $\rho = \theta^2$

2.3 Un dernier exemple

Tracez la courbe définie par la repr'esentation polaire suivante :
$\begin{cases} \rho(t) = t \\ \theta(t) = t^2 \end{cases}$
Que trouvez-vous comme symétries ? Démontrez-le.

3 Coniques

Vous savez déjà tracer une conique... à condition de savoir calculer ses paramètres en tant que courbe polaire. Cependant, Maple dispose d'outils pour étudier les coniques en tant qu' "objet gómétrique" bien défini.

3.1 L'objet `conic`

```
[> restart;
[> with(plots):with(geometry):
[> conic(c1,x^2-2*x*y+y^2-6*x+9=0,[x,y]);
[> form(c1);
[> detail(c1);
[> draw(c1,view=[-2..10,-2..10]);
```

On peut définir une conique de nombreuses façons différentes. Considérons la définition utilisant le foyer, la directrice et l'excentricité :

```
[> line(delta,x=-2,[x,y]): point(f,1,0): e:=1/2:
   conic(c2,[delta,f,e],[c,d]):
```

Regardez les caractéristiques de $c2$ et tracez-la.
Définissez et tracez (par la méthode de votre choix) une hyperbole.

3.2 Intersection d'un cône avec un plan

Considérons le cône de sommet O, d'axe de révolution (Oz) et de demi-angle au sommet $\frac{\pi}{4}$ dans le repère (O, x, y, z). Donnez son équation.

Nous allons à présent définir une famille de plans dépendant d'un paramètre réel λ. Fixons λ appartenant à $\mathbb{R}$ et définissons le plan $\mathcal{P}_\lambda$ comme étant l'unique plan contenant le point A de coordonnées $(1, 0, 0)$, le vecteur $\overrightarrow{j}$ de coordonnées $(0, 1, 0)$, et enfin le point B_λ de coordonnées $(0, 0, \lambda)$. Donnez l'équation de ce plan.

En utilisant par exemple les fonctions `implicitplot3d`, `plot3d`, ou encore `display` et en faisant varier le paramètre λ, observez et reconnaissez les différents types d'intersection obtenus.

3.3 Quelques exercices analytiques à l'aide de Maple...

Exercice 1 (Longueur minimale d'une corde normale - Ensi Physique 93) *Soit $\mathcal{P}$ une parabole de paramètre p et un point A de $\mathcal{P}$. Soit B le point où la normale à $\mathcal{P}$ en A recoupe $\mathcal{P}$. Détermminer la longueur minimale de AB.*

Exercice 2 (Orthoptique d'une parabole)
Soit $\mathcal{P}$ une parabole de paramètre p. Déterminer le lieu décrit par les points M par lesquels on peut mener deux tangentes à $\mathcal{P}$ orthogonales entre elles.