

Feuille d'Exercices IV: Procédures de Chvátal et Gomory

Cours OC 2011-2012

Chaque étudiant devra rendre les exercices pour le cours du 30 Janvier

Exercice 1 Résoudre le problème

$$\begin{aligned} & \max 4x_1 - x_2 \\ & \text{tel que :} \\ & 7x_1 - 2x_2 \leq 14 \\ & x_2 \leq 3 \\ & 2x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ & x \in \mathbb{Z}_+^2 \end{aligned}$$

par l'algorithme de Gomory¹).

Exercice 2

1. On considère le polyèdre $P = \{x \in \mathbb{R}^2 : 2x_1 + x_2 \leq 2, -2x_1 + x_2 \leq 0, x \geq 0\}$ et l'ensemble des points entiers $X = P \cap \mathbb{Z}^2$.
 - (a) Donner l'enveloppe convexe de X (par exemple à l'aide d'un graphique).
 - (b) Déduire l'enveloppe convexe de X par la procédure de Chvátal. L'enveloppe convexe de X peut-elle être déduite en une étape? Combien d'étapes sont nécessaires?
2. On considère maintenant le polyèdre $P = \{x \in \mathbb{R}^2 : tx_1 + x_2 \leq t, -tx_1 + x_2 \leq 0, x \geq 0\}$, où t est un entier positif, et l'ensemble des points entiers $X = P \cap \mathbb{Z}^2$.
 - (a) Donner l'enveloppe convexe de X .
 - (b) Montrer qu'il faut au moins t étapes de la procédure de Chvátal pour obtenir l'enveloppe convexe de X .
 - (c) Que pouvez vous en déduire sur la complexité de la procédure de Chvátal,

1. On pourra s'aider d'un logiciel pour calculer les tableaux du simplexe, par exemple l'applet : <http://fbim.fh-regensburg.de/~saj39122/or/unterlagen/projekte/Simplex/applet.html>, ou le logiciel lp_solve <http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/>. Pour récupérer le tableau final du simplexe avec lp_solve utilisez les paramètres : `./lp_solve -s0 -S7`